

Львівська комерційна академія
Кафедра міжнародних економічних відносин
лектор: М.І.Флейчук
ас. Чех М.М.

Лекція 3

Моделі економічного зростання

Львів, вересень 2010

План:

- *Посткейнсіанські моделі. Модель Харрода—Домара;*
- *Модель Кальдора;*
- *Неокласичні моделі. Модель Солоу—Свана*

Річні темпи приросту ВВП*

Економіка	1983–1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Світова	3,4	2,2	3,7	3,7	4	4,2	2,8	3,6	5,2	3,2	-1,3	1,9	4,3	4,8	4,9	4,8
Розвинених країн	3,3	1,4	3,4	2,7	2,9	3,5	2,7	3,4	2,7	0,9	-3,8	0,0	2,6	3,1	3,0	2,6
Країн, що розвиваються	4,7	6,3	6,7	6,2	6,6	5,8	3,5	3,9	8,3	6,1	1,6	4,0	6,1	6,7	6,8	6,8

*Середньорічні темпи приросту.

Кожна країна характеризується довготривалими періодами, протягом яких:

- – темпи росту національного доходу, а також обсяги праці та капіталу, що використовуються змінюються незначно;
- – темпи росту реального національного доходу та капіталу, що використовується близькі один до одного, тому продуктивність капіталу (y/K) стабільна;
- – темпи росту реального національного доходу перевищують темпи росту праці, що використовується, тому продуктивність праці (y/L) підвищується;
- – темпи росту капіталу випереджують темпи росту праці, тому капіталоозброєність (K/L) зростає;
- – рентабельність капіталу (π/K) змінюється у часі незначно; оскільки $y = \pi + iN$, то пропорція розподілення національного доходу між працею та капіталом у довгостроковому періоді також постійна.

Моделі економічного росту містять три основні залежності реального сектора:

- виробничу функцію;
- функцію пропозиції праці;
- функцію пропозиції капіталу

$$x = x(t) \text{ або } x = xt.$$

$$\hat{x}_t = \frac{d \ln x(t)}{dt} = \frac{1}{x(t)} \cdot \frac{dx}{dt}$$

- приріст добутку дорівнює сумі приросту множників: $\Delta_{xy} = \Delta x + \Delta y$
- приріст дробу дорівнює різниці приростів чисельника та знаменника: $\Delta_{\left(\frac{x}{y}\right)} = \Delta x - \Delta y$;
-
- приріст степеневого числа дорівнює добутку степеня на приріст числа:
 $\Delta_{(x^a)} = a(\Delta x)$.

$$y = \min \{qN, \sigma K\},$$

де: q і σ – середня продуктивність праці та капіталу відповідно.

Якщо $qN < \sigma K$, то існують надлишкові виробничі потужності, а при $qN > \sigma K$ має місце безробіття. Обидва фактори виробництва будуть використані повністю лише при $qN = \sigma K$.

$$\min \{qN_t, \sigma K_t\} = C_y y_t + I_t$$

$$N_t = (1 + n)^t N_0 = e^{nt} N_0$$

де: e — основа натурального логарифма; n — темп приросту населения.

Динаміка пропозиції капіталу обумовлюється об'ємом інвестицій так, що $\Delta K_t = I_{t-1}$. У збалансованій економіці обсяг інвестицій дорівнює обсягу заощаджень, який при заданій нормі заощаджень

$s = 1 - C_y$ пропорційний реальному національному доходу

$$\Delta K_t = I_{t-1} = S_{t-1} = sy_{t-1}$$

Ріст капіталу на ΔK_t при заданій його продуктивності збільшує сукупну пропозицію на:

$$\Delta y_t^s = \sigma \Delta K_t = \sigma sy_{t-1} \Rightarrow \hat{y}_t^s = \sigma S.$$

$$\Delta y_t^D = \Delta I_t / s$$

$$y_{t-1}^D = I_{t-1} / s$$

$$\frac{\Delta y_t^D}{y_{t-1}^D} = \frac{\Delta I_t}{I_{t-1}} \equiv \hat{I}_t$$

$$\hat{I}_t = \sigma S. \quad (1)$$

$$\hat{I}_t \neq \sigma S$$

$$y_t^S \neq y_t^D$$

$$\hat{I}_t > \sigma S$$

Загальні міркування моделі Харрода-Домара

- В умовах зростання кількості населення, при фіксованих темпах НТП і не змінній процентній ставці попит на капітал буде зростати в однаковій пропорції з ростом населення, а норма заощаджень, що підтримує економічне зростання, повинна бути рівною похідній капіталоємності і приросту населення.

- **Приклад 1.** Нехай у періоді t_0 економіка знаходиться у стані рівноваги при таких показниках: $K = 600$; $\sigma = 0,25$; $y^s = 150$; $s = 0,2$; $C = 120$; $I = 30$; $y^D = 150$. Якщо починаючи з t_1 підприємці будуть щоденно збільшувати інвестиції на $0,2 \cdot 0,25 = 0,05 = 5\%$, то національний дохід буде зростати з постійним темпом при повному використанні капіталу, що збільшується (табл. 1).

Зрівноважений ріст економіки у моделі Харрода–Домара

табл. 1

t	K	y^S	S	I	C	y^D	$\Delta y/y$
0	600	150	30	30	120	150	
1	630	157,5	31,5	31,5	126	157,5	0,05
2	661,5	165,4	33,1	33,1	132,3	165,4	0,05
3	694,6	173,6	34,7	34,7	138,9	173,6	0,05
4	729,3	182,3	36,5	36,5	145,9	182,3	0,05
5	765,8	191,4	38,3	38,3	153,2	191,4	0,05

Нестійкість рівноважного росту економіки у моделі Харрода—Домара

t	K	y^S	S	I	C	y^D	$y^S - y^D$
0	600	150	30	30	120	150	0
1	630	157,5	31,5	30,9	126	156,9	0,6
2	660,9	165,2	33,0	31,8	132,2	164,0	1,22
3	692,7	173,2	34,6	32,8	138,5	171,3	1,85
4	725,5	181,4	36,3	33,8	145,1	178,9	2,51
5	759,3	189,8	38,0	34,8	151,9	186,6	3,19

$$K/N = q/\sigma = \text{const}$$

$$\hat{N}_t = \hat{K}_t$$

$$\sigma S = n(2)$$

Н.Кальдор трансформував норму заощаджень в ендогенний параметр на основі таких припущень:

- – одержувачі прибутку (підприємці) заощаджують більшу частку свого доходу, ніж одержувачі зарплати (працівники);
- – ціни на ринках факторів виробництва гнучко реагують на співвідношення попиту та пропозиції (умова ідеальної конкуренції).

Нехай s_b і s_w - норма заощаджень підприємців та працівників відповідно.

Так як: $y = \frac{\partial y}{\partial N} N + \frac{\partial y}{\partial K} K$

$$\partial y / \partial N = w$$

$$\partial y / \partial K = r$$

Де: w – ставка реальної зарплати; r – реальна доходність капіталу, то:

$$y = wN + rK$$

$$S = s_b rK + s_w (y - rK) \Rightarrow s = s_b \frac{rK}{y} + s_w - s_w \frac{rK}{y}$$

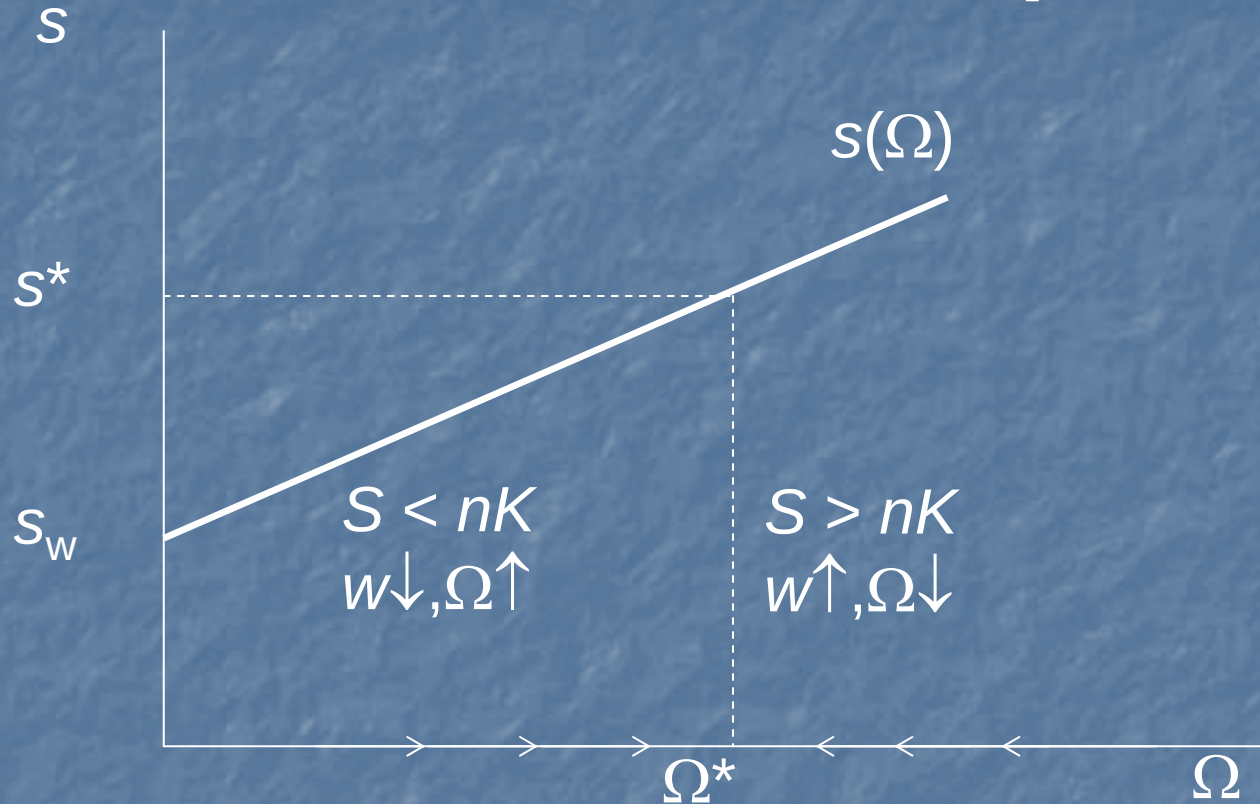
$$rK/y = \Omega$$

$$s(\Omega) = s_w + (s_b - s_w)\Omega$$

$$\sigma \left[s_w + (s_b - s_w)\Omega \right] = n$$

$$\Omega^* = \frac{n/\sigma - s_w}{s_b - s_w}$$

Рис. 1. Стабільність рівноважного росту у моделі Кальдора



Якщо $\Omega > \Omega^*$, то

$$s > \frac{n}{\sigma} \Rightarrow sy > \frac{ny}{\sigma} \Rightarrow S > nK \Rightarrow I > nK$$

Неокласичні моделі

- • припущення про економіки в умовах досконалої конкуренції, що забезпечує гнучку систему цін і рівність цін на фактори виробництва при їх максимальній продуктивності;
- • відсутність функції сукупного попиту, оскільки гнучка система цін постійно прирівнює об'єм сукупного попиту до сукупної пропозиції;
- • відсутність функції інвестицій, так як при рівновазі на ринку благ $I = S$;
- представлення технології у вигляді виробничої функції з взаємозамінними факторами виробництва і постійним ефектом масштабу.

Модель Солоу

(БАЗУЄТЬСЯ НА ФУНКЦІЇ Кобба-Дугласа)

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta}$$

- Y — обсяг виробництва, K — капітал, L — праця, A , α , β — параметри чи коефіцієнти виробничої функції: A — коефіцієнт пропорційності; α і β — коефіцієнти еластичності обсягу виробництва за затратами праці та капіталу.

США (1899-1922 гг.)

- $Y = 1,01 * K^{0,25} * L^{0,75}$

Мета моделі Солоу – відповіді на запитання:

- які фактори збалансованого економічного зростання;
- який темп росту може дозволити собі економіка при заданих параметрах економічної системи і як при цьому максимізуються доходи населення і обсяг споживання.

- В загальному вигляді обсяг національного виробництва Y є функцією 3-х факторів виробництва: праці L , капіталу K , землі M :

$$Y = f(L, K, M)$$

- Фактор землі в моделі Солоу було виключено у зв'язку з малою ефективністю в економічних системах, що характеризуються високими темпами технологічного розвитку, і тому обсяг виробництва залежить від праці та капіталу $Y = f(L, K)$.

- У розгорнутому вигляді ця формула має вигляд :

$$Y = (\Delta Y / \Delta L) * L + (\Delta Y / \Delta K) * K$$

- де $\Delta Y / \Delta L$ – граничний продукт праці *MPL*, $\Delta Y / \Delta K$ – граничний продукт капіталу *MPK*.

- Це означає, що загальний продукт дорівнює сумі похідних затраченої кількості праці і капіталу на їх граничні продукти, тобто на приріст продуктів ΔY від зростання затрат праці ΔL і затрат капіталу ΔK . В спрощеному вигляді $y = Y / L$, де y – продуктивність праці; $k = K / L$, де k — капіталоозброєність праці .

Отже виробнича функція має вигляд :

$$y = f(k), \text{ де } f(k) = F(k, 1).$$

Сукупний попит:

$$y = c + i$$

- де c та i – споживання та інвестиції.

Модель Солоу—Свана

$$N_t = e^{nt} N_0, \quad dK_t = I_t = S_t = sy_t$$

Технологія виробництва представлена виробничою функцією Кобба—Дугласа:

$$y_t = K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$$

$$\psi_t = K_t / N_t$$

$$\hat{\psi}_t = \hat{K}_t - \hat{N}_t$$

$$\hat{N}_t = n$$

$$\hat{K}_t = \frac{dK_t}{K_t} = \frac{sy_t}{K_t} = \frac{sy_t / N_t}{K_t / N_t} = \frac{sq_t}{\psi_t}$$

$$\hat{\psi}_t = \frac{sq_t}{\psi_t} - n$$

$$q_t = q^*$$

$$\psi_t = \psi^*$$

$$\hat{\psi}_t = 0$$

$$sq^* = n\psi^* \quad (3)$$

Де: q – це дохід на одного працівника, sq – це об'єм його заощаджень (пропозиція капіталу),

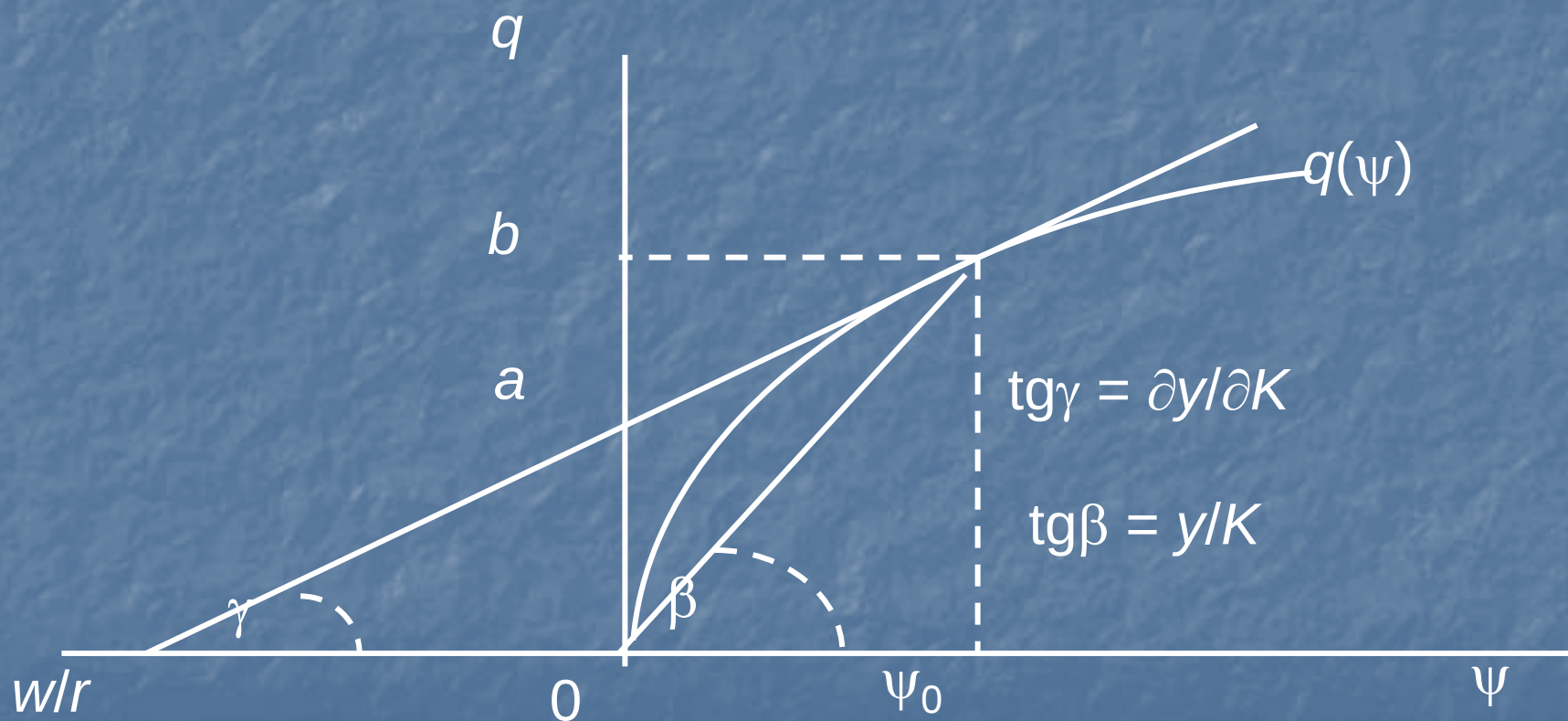
$n\psi$ - показує, скільки в середньому кожний працівник, який працює повинен запропонувати капіталу за період, щоб оснастити всіх працівників, які залучаються у виробництво на рівні ψ .

Тому при $sq^* = n\psi^*$ об'єм заощаджень дорівнює такому обсягу інвестицій, який необхідний для того, щоб при пропозиції праці, що зростає з темпом n її капіталоозбросність постійно дорівнювала ψ^* .

$$y = K^\alpha N^{1-\alpha} \Rightarrow \frac{y}{N} = \left(\frac{K}{N} \right)^\alpha \Rightarrow q = \psi^\alpha$$

$$s\psi^\alpha = n\psi \Rightarrow \frac{s}{n} = \psi^{1-\alpha} \Rightarrow \psi^* = \left(\frac{s}{n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} ; q^* = \left(\frac{s}{n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Рис. 2. Продуктивність праці та капіталу при технології Кобба–Дугласа



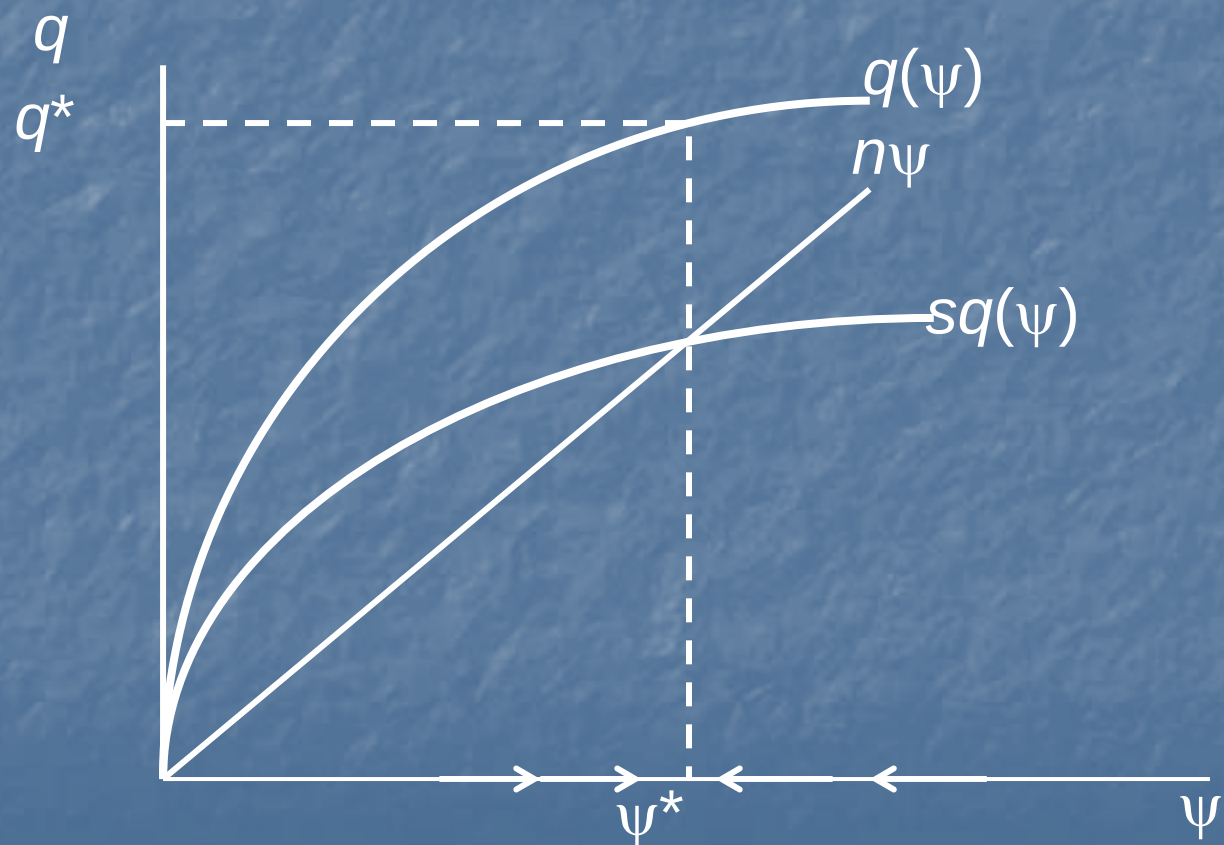
$$\frac{q}{\psi} = \frac{y/N}{K/N} = \frac{y}{K} = \sigma$$

$$\frac{\partial y}{\partial K} = \alpha K^{\alpha-1} N^{1-\alpha} = \alpha \left(\frac{K}{N} \right)^{\alpha-1} = \frac{dq}{d\psi}$$

$$\partial y / \partial K = r$$

Графічно умова (3) представлена на рис. 3. Крива $sq(\psi)$ проходить під кривою $q(\psi)$, так як $s < 1$. Нахил променя, що проходить з початку координат, задається темпом приросту населення. Точка перетину обох ліній визначає рівноважні значення q^* та ψ^* .

Рис. 3. Рівновага у моделі Солоу–Свана



Враховуючи, що $q/\psi = \sigma$
умову рівноважного росту (3) можна
представити у вигляді:

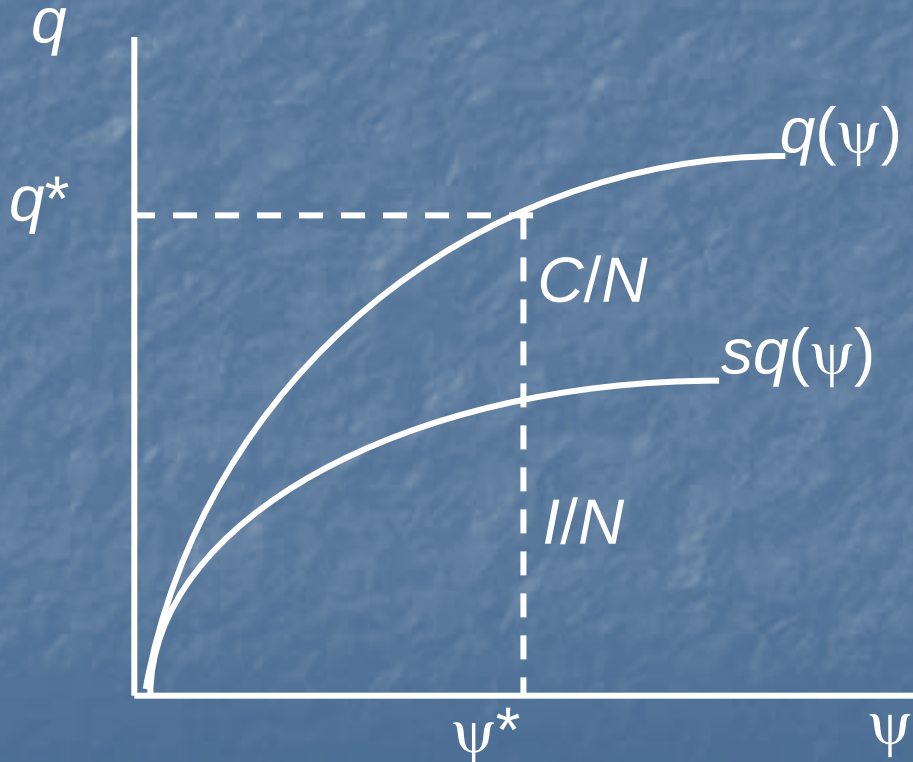
$$s\sigma^* = n.$$

Оскільки $\psi = \text{const}$, то:

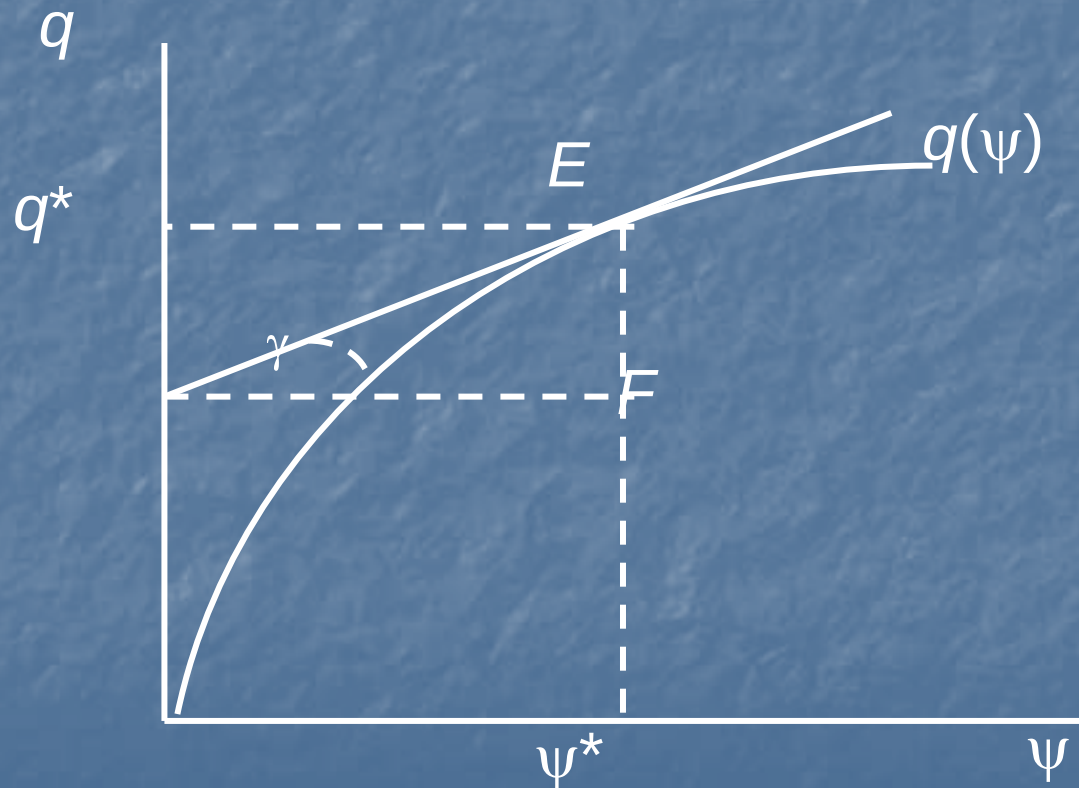
$$\hat{K}_t = \hat{N}_t = n$$

$$\hat{K}_t = \hat{N}_t = \hat{y}_t = \hat{I}_t = n$$

***Рис. 4. Розподіл
національного доходу між
споживанням та інвестиціями***



***Рис. 5. Розподіл
національного доходу між
працею та капіталом***



Тангенс кута нахилу дотичної до кривої $q(\psi)$ дорівнює максимальній продуктивності (рентабельності) капіталу. Оскільки в умовах досконалої конкуренції ціна капіталу (процентна ставка) відповідає його максимальній продуктивності, то $\operatorname{tg} \gamma = r$. У цьому випадку відрізок EF представляє величину прибутку, що приходить у середньому на одного працівника:

$$EF = \operatorname{tg} \gamma \cdot HF = r\psi^* = rK^*/N^*.$$

Відповідно відрізок $\psi^* F$ представляє зарплату на одиницю праці, тобто ціну праці

$$q - r\psi^* = \frac{y^*}{N^*} - \frac{rK^*}{N^*} = \frac{wN^*}{N^*} = w$$

Рис. 6. Наслідки збільшення темпу росту населення

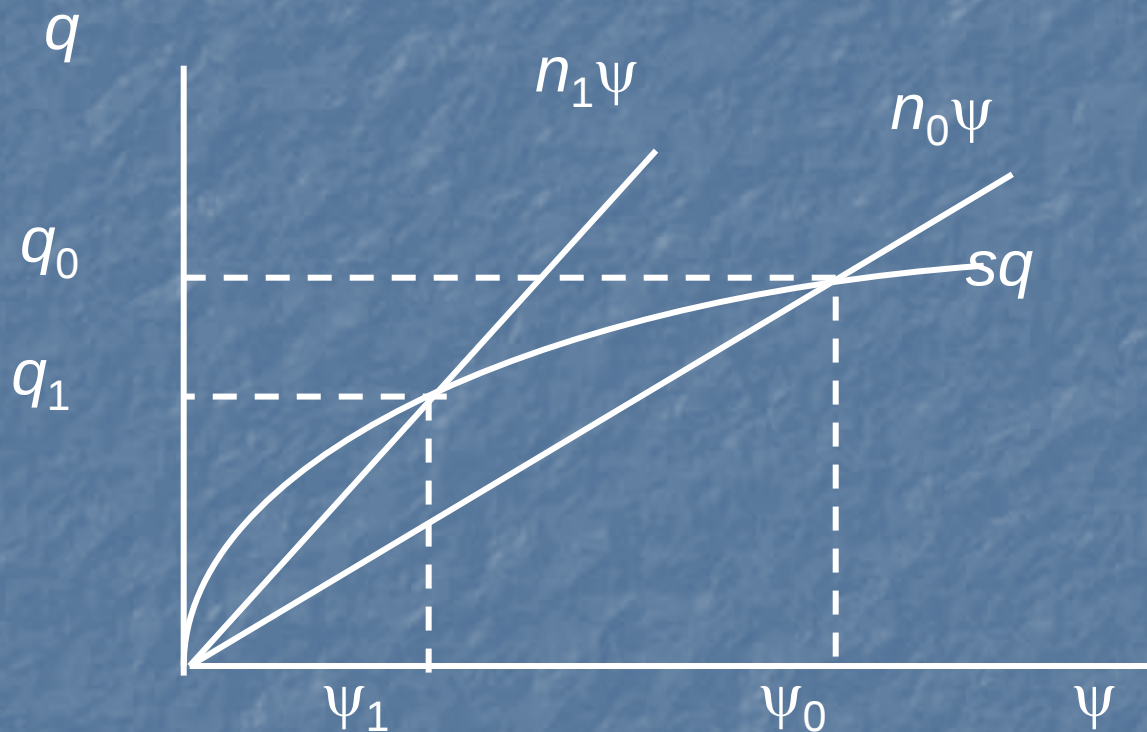
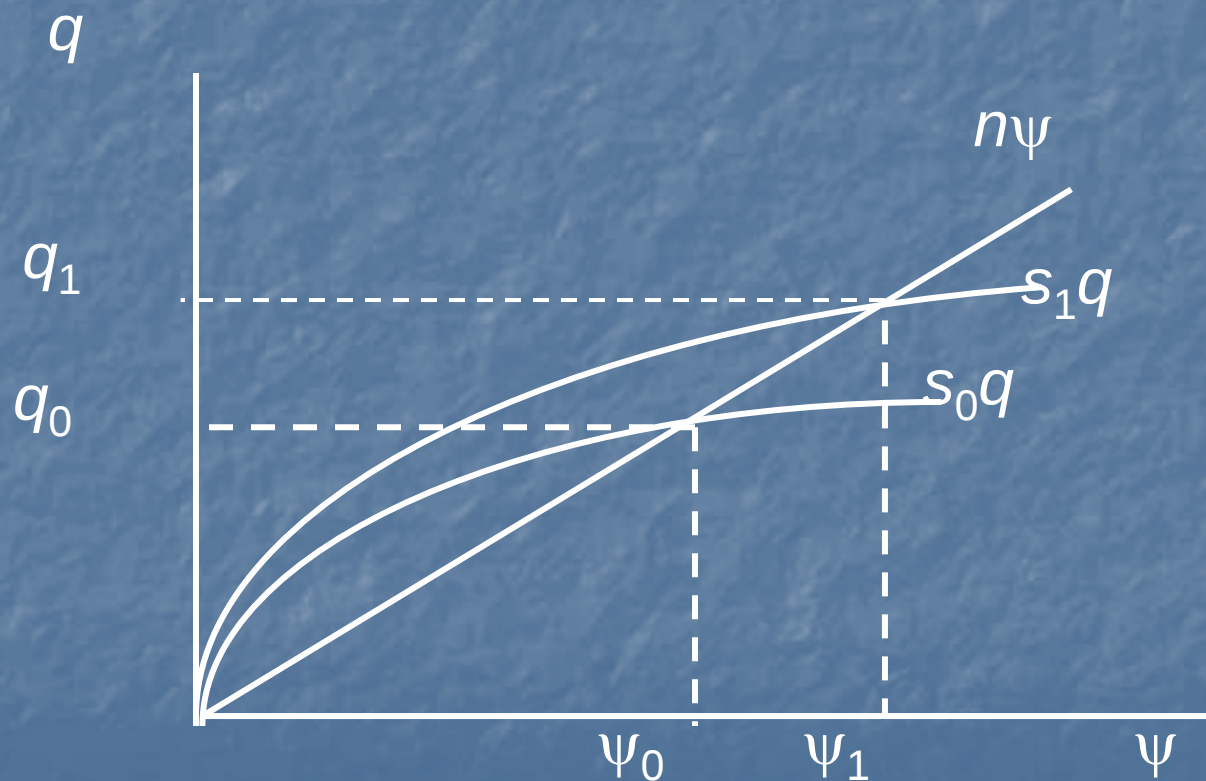
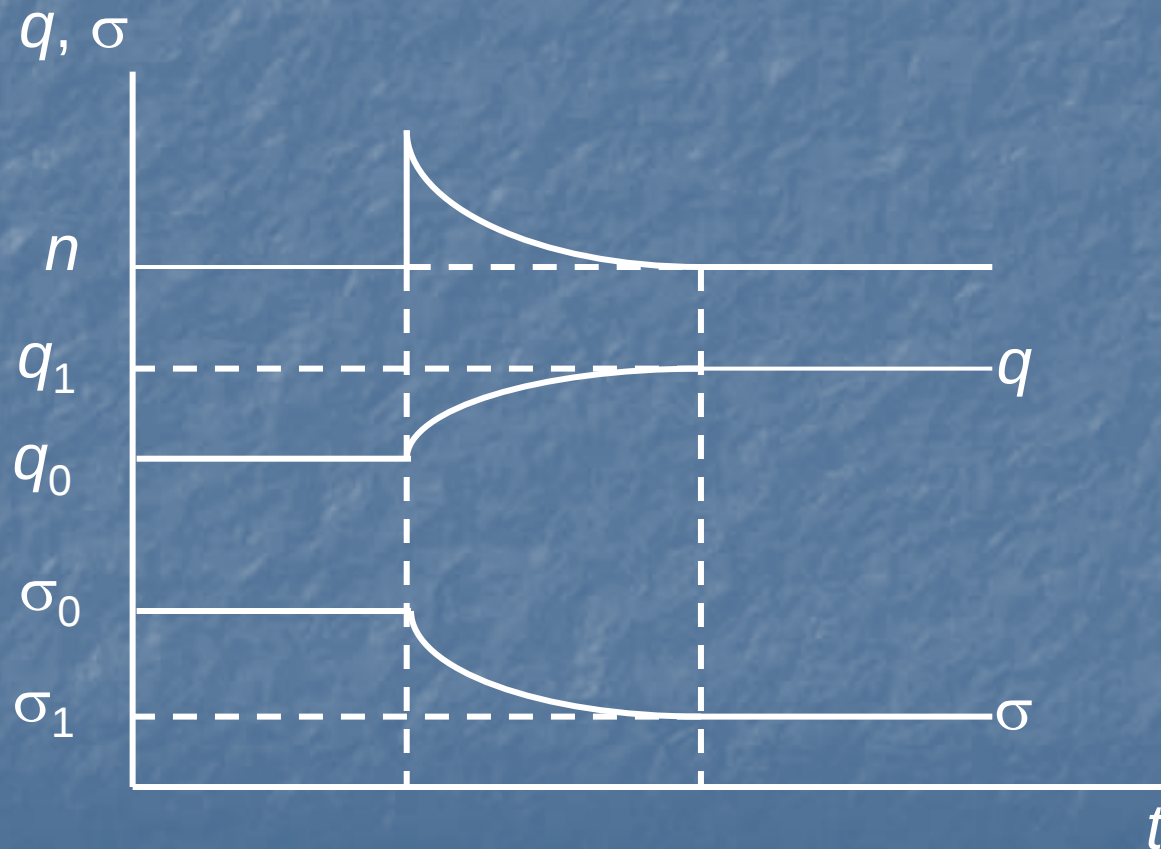


Рис. 7. Наслідки росту норми заощадження



***Рис.8. Зміна результативності
виробництва при підвищенні
норми заощаджень***



Дякуємо за увагу!